

**MÉTODO MATEMÁTICO PARA QUANTIFICAÇÃO DE CURVATURAS SAGITAIS E DESVIOS LATERAIS DA COLUNA VERTEBRAL MEDIDOS SUPERFICIALMENTE**

POR

Líliam F. Oliveira<sup>1</sup>, Rogério F. Emygdio<sup>2</sup>,  
Rosa C. Ferreira<sup>3</sup>, Mario D. D'Angelo<sup>4</sup>

**RESUMO**-- Foi desenvolvido um método matemático para análise de curvaturas da coluna vertebral medidas através de pontos superficiais. Cinco esquemas de curvaturas da coluna (três no plano sagital e dois no plano frontal) foram fotografados. Todas as angulações dos arcos utilizados nos esquemas eram conhecidas. As curvas foram digitalizadas em um microcomputador. Um programa executava filtragem, aplicação de regressão polinomial de quarta ordem, cálculo dos comprimentos de arco pela Regra de Simpson para 500 divisões e cálculo dos ângulos respectivos. A comparação dos ângulos utilizados nos esquemas com os obtidos através do método proposto, apresentou um erro padrão de 4,2 graus para as 30 curvas analisadas. Concluiu-se que o método apresentado pode ser empregado para quantificação de curvaturas da coluna vertebral em técnicas que utilizem a fotografia como instrumento de medição.

Palavras-Chave: Postura, Método Fotográfico, Biomecânica

**INTRODUÇÃO**

A postura humana tem sido objeto de muitos estudos biomecânicos. Os desvios posturais, estruturais ou funcionais, causam um desequilíbrio no sistema do corpo humano, levando-o a compensações que podem provocar alterações em diversas estruturas e funções corporais.

São amplos os registros de desvios posturais patológicos, principalmente os relacionados à coluna vertebral (Kraus, 1976; Lindh, 1980; Kashimoto, 1982; Pelker e Gagel, 1982). Estudiosos do século passado utilizavam métodos de análise da coluna vertebral através de medição de pontos anatômicos superficiais.

- 
1. Pesquisadora, Professora de Pós-Graduação do Laboratório de Biomecânica da EEFD-UFRJ
  2. Físico do Laboratório de Biomecânica da EEFD-UFRJ
  3. Bolsista CNPq - Fisioterapeuta do Laboratório de Biomecânica da EEFD-UFRJ
  4. Professor Adjunto e Coordenador do Laboratório de Biomecânica da EEFD-UFRJ

//Trabalho recebido em 03/05/91 e aceito em 08/08/91//

Com o advento da Radiografia, a utilização destas técnicas foi sendo, em larga escala, substituída. A possibilidade de observar estruturas ósseas internamente foi um grande avanço na História da Medicina. Uma vez constatada a ausência de patologias internas somente observadas pelo RX, a avaliação postural dispensa a utilização freqüente desta técnica, podendo ser executada por métodos precisos e não invasivos.

Alguns métodos de avaliação postural não invasivos e de alta precisão foram desenvolvidos por estudiosos da atualidade, como a Técnica de Moiré (Graham e Sampson, 1973), o Pantógrafo Espinhal (Willner, 1981), o Lordosímetro Tridimensional (Gross et alii, 1982) e o Posturograma (D'Angelo et alii, 1987). Esses métodos demonstram que a análise das curvaturas fisiológicas da coluna vertebral, medidas externamente, apresentam correlação significativa com resultados radiológicos. Willner relatou uma correlação de 0,97 para o ângulo cifótico entre o método de Cobb (calculado através do RX) e a curva obtida no Pantógrafo. A relação com o ângulo lordótico foi de 0,80. A tabela 1 apresenta alguns resultados de Willner quanto as angulações médias obtidas pelo RX e pelo Pantógrafo de cifose e lordose de indivíduos normais.

**TABELA 1. Média e Desvio Padrão (em graus) de Cifose Torácica e Lordose Lombar Examinados com Raio X e Pantógrafo (Dados extraídos de Willner, 1981)**

		RX	PANTÓGRAFO
CIFOSE (n=40)	Média	40,9	39,7
	D. Padrão	13,6	12,2
LORDOSE (n=38)	Média	48,0	38,9
	D. Padrão	12,6	11,0

O Posturograma é um método computadorizado de avaliação postural, baseado na quantificação de desvios, desniveis e angulações, através de pontos anatómicos evidenciados em 4 fotografias (anterior, posterior, perfil direito e perfil esquerdo) do indivíduo. Um programa calcula desvios, desniveis e angulações, corrige fontes de erro relativos à fotografia e apresenta um gráfico demonstrativo da postura do indivíduo.

O aperfeiçoamento da quantificação de curvaturas da coluna vertebral, através de métodos não invasivos, baseados na medição de pontos superficiais do corpo humano, é de fundamental importância para o avanço de estudos posturais, uma vez que permite a avaliação repetida de grande número de indivíduos, incluindo crianças, gestantes etc.

## OBJETIVO

O objetivo do trabalho foi propor uma metodologia matemática para cálculo de ângulos de curvaturas representativas da coluna vertebral, a partir de 13 pontos descritos por coordenadas (X,Y), colhidos através da digitalização de fotografias de diferentes curvaturas.

## METODOLOGIA

Cinco esquemas com desenhos de curvaturas duplas foram fotografados, sendo 3 perfis representativos de curvaturas sagitais (cifose e lordose) e 2 posteriores (desvios laterais). As figuras 1a e 1b apresentam dois dos cinco esquemas utilizados. As linhas tracejadas descrevem os ângulos calculados para a confecção do esquema a ser fotografado. O arco "a" corresponde ao ângulo de cifose, o "b" de lordose e os arcos "c" e "d" representam ângulos de desvios laterais da coluna. Cada esquema consta de 13 pontos com uma distância de 4 cm entre si, que formam desenhos de curvaturas com angulações conhecidas. As dimensões do esquema, bem como as angulações escolhidas, reproduzem as proporções antropométricas de um indivíduo adulto. O comprimento total das curvas utilizadas nos esquemas variou de 354mm a 432,5mm.

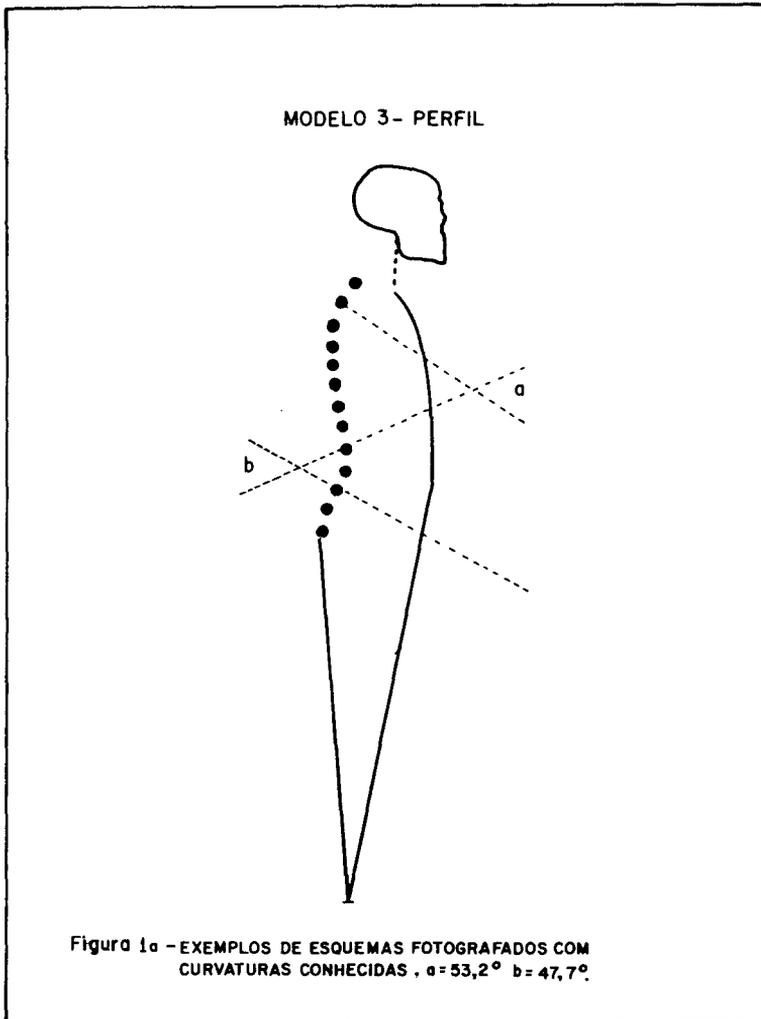
As fotos foram digitalizadas em uma mesa digitalizadora acoplada a um microcomputador e um programa executou as seguintes tarefas:

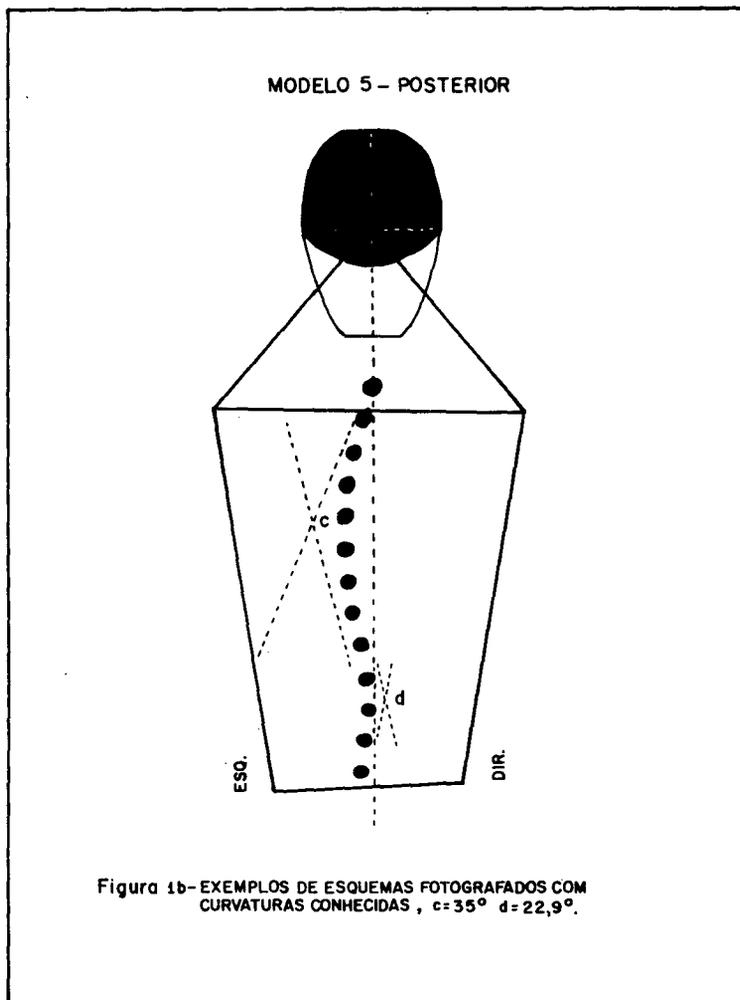
- 1 - Leitura das coordenadas X e Y de cada ponto.
- 2 - Estruturação de um novo sistema de coordenadas, tendo como origem o primeiro ponto superior de cada curvatura.
- 3 - Filtragem de média móvel de três pontos para cada curvatura.
- 4 - Ajustamento dos pontos em um polinômio de quarto grau, com o cálculo dos respectivos coeficientes.
- 5 - Cálculos dos pontos máximos, mínimos e de inflexão utilizando resolução algébrica da derivada primeira e segunda, respectivamente.
- 6 - Cálculo dos comprimentos de arcos e suas respectivas cordas definidos no polinômio através da aplicação do método de integração (Regra de Simpson) do cálculo numérico para 500 divisões (Davis e Rabinowitz, 1967).
- 7 - Aplicação do algoritmo proposto no trabalho para cálculo dos ângulos referentes aos arcos calculados

Cada um dos cinco esquemas foi digitalizado 6 vezes, totalizando 30 curvaturas analisadas.

## Método proposto

Os pontos resultantes dos processos de digitalização e filtragem das curvas utilizadas comportam-se, no plano XY, conforme uma função contínua e, conseqüentemente, com derivadas contínuas. Submetendo-se os pontos desta função a uma regressão polinomial de quarta ordem obtém-se a mesma função expressa sob a forma de uma série inteira.





$$f(x) = \sum_{i=0}^4 a_i \cdot x^i \quad (1)$$

Admitindo-se um polinômio de quarto grau, em que as curvas representadas comportam-se suavemente sobre um arco de circunferência, é possível calcular os ângulos das mesmas, se conhecidos seus respectivos comprimentos de arco. A figura 2 é uma projeção gráfica da curva obtida pelo polinômio representativo da curvatura sagital do esquema 3, demonstrando a relação geométrica entre os comprimentos de arco  $S_1$  e  $S_2$  com seus respectivos ângulos  $O_1$  e  $O_2$ .

A figura 3 apresenta a curva resultante da aplicação da regressão polinomial relativa aos pontos do esquema 3.

Para cálculo dos limites do arco considerado, foram utilizadas as regras do cálculo analítico, onde para a derivada primeira nula, têm-se os pontos de máximo e mínimo da função e para a derivada segunda nula, os pontos de inflexão, que definem os pontos de separação dos arcos da função.

O cálculo do comprimento de arco (S) é obtido pela Regra de Integração de Simpson, para 500 divisões, e do cálculo numérico aplicado à integral de linha tendo como limites a origem da função, ponto de inflexão e o último ponto considerado da função (pontos a, b e c da figura 2):

$$S = \int_{l_1}^{l_2} (1 + [f'(x)]^2)^{1/2} dx \quad (2)$$

onde: S = Comprimento de arco  
 $l_1$  e  $l_2$  = Limites do arco  
 $f'(x)$  = Derivada primeira da função.

O comprimento da corda, isto é, a reta que une os limites considerados no cálculo do comprimento de arco, é obtido pela equação.

$$d = \{ (l_2 - l_1)^2 + [f(l_2) - f(l_1)]^2 \}^{1/2} \quad (3)$$

onde: d = Comprimento da corda  
 $l_1$  e  $l_2$  = Limites do arco  
 $f(l_1)$  e  $f(l_2)$  = Ordenadas dos limites do arco.

Utilizando os conceitos de Geometria Analítica associados à Lei dos Cossenos e à expansão do cosseno em série de potência, calcula-se o ângulo correspondente ao arco, pelo algoritmo:

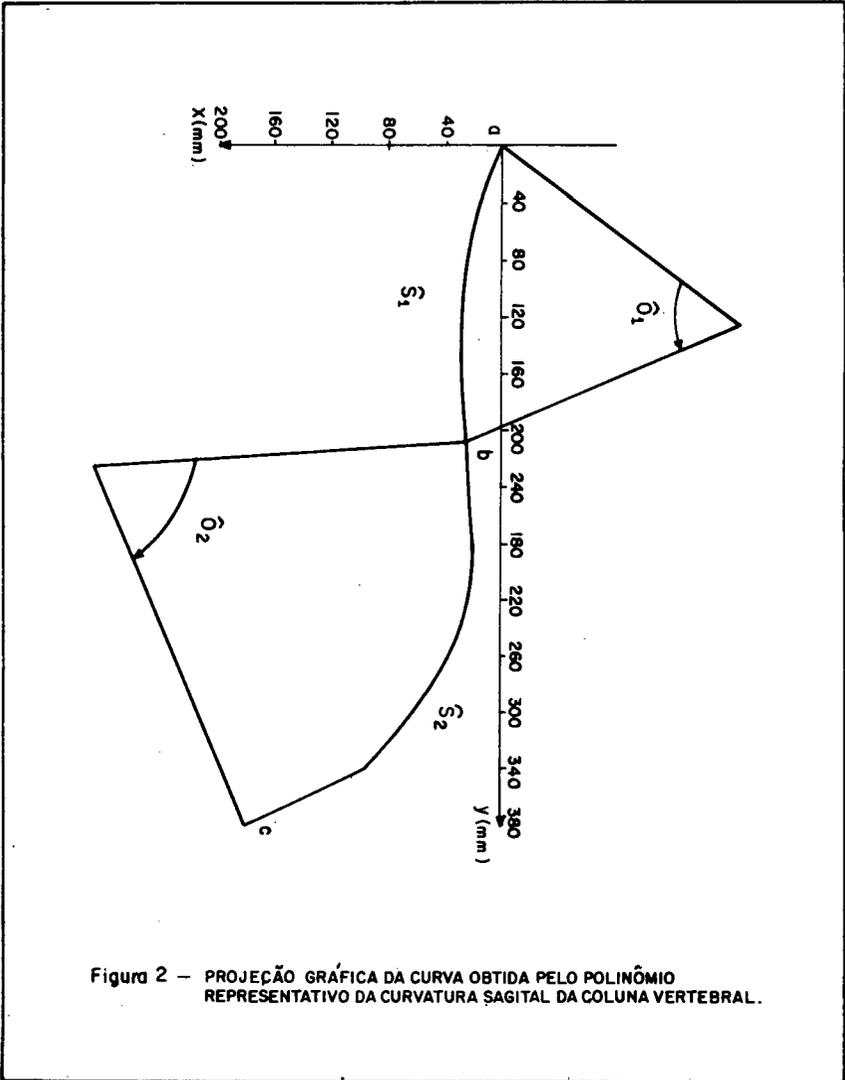


Figura 2 - PROJEÇÃO GRÁFICA DA CURVA OBTIDA PELO POLINÔMIO REPRESENTATIVO DA CURVATURA SÁGITAL DA COLUNA VERTEBRAL.

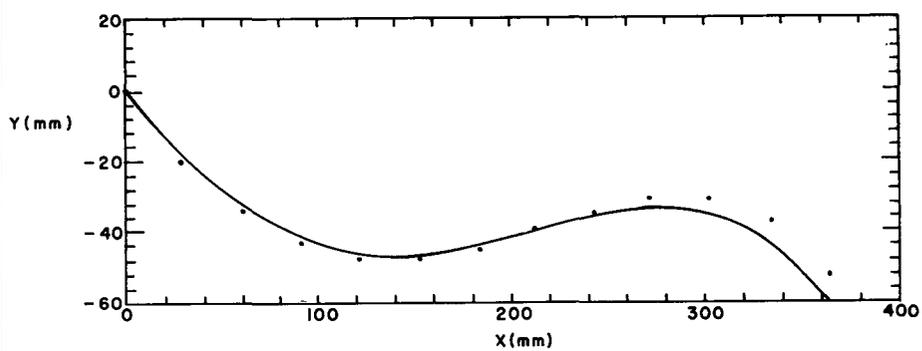


Figura 3 - GRÁFICO COMPARATIVO - PONTOS REAIS & CURVA OBTIDA P/REGRESSÃO.

$$\theta = \left\{ 40 \left[ 1 - \left( \frac{6d - S}{5S} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

onde:  $\theta$  = Ângulo  
 $d$  = Comprimento da corda  
 $S$  = Comprimento do arco

### RESULTADOS E ANÁLISE ESTATÍSTICA

A Tabela 2 apresenta os ângulos conhecidos de cada curva utilizada nos cinco esquemas, bem como o respectivo ângulo médio calculado pelo método proposto.

TABELA 2. Ângulos das Curvaturas Conhecidas e Calculadas (n=6 para cada esquema. Ângulos em Graus)

ESQUEMA	CURVA							
	a		b		c		d	
	Conh.	Calc.	Conh.	Calc.	Conh.	Calc.	Conh.	Calc.
1	0	2,7 ±0,6	0	2,2 ±1,8				
2	34,5	29,7 ±0,4	71,8	62,3 ±0,7				
3	53,2	48,8 ±0,4	47,7	44,2 ±2,0				
4					0	2,7 ±1,6	0	1,8 ±2,8
5					35,0	34,0 ±1,2	22,9	18,8 ±1,7

Foi calculado o desvio absoluto médio (DA), o desvio padrão de DA (DP) e o erro padrão da estimativa (EP), conforme as fórmulas estatísticas abaixo (n=30):

$$DA = \frac{\sum |X_{\text{conh.}} - X_{\text{calc.}}|}{n} \quad (5)$$

$$DP = \left[ \frac{\sum (X_{\text{conh.}} - X_{\text{calc.}} - DA)^2}{n - 1} \right]^{1/2} \quad (6)$$

$$EP = \left[ \frac{\sum (X_{\text{conh.}} - X_{\text{calc.}})^2}{n} \right]^{1/2} \quad (7)$$

Os resultados dos cálculos apresentados bem como o índice de correlação e o teste t para uma significância de 0,99 estão apresentados na tabela 3.

TABELA 3 - Resultados Estatísticos (DA, DP e EP em Graus)

DA	DP	EP	r	t
3,4	2,3	4,2	0,99	0,21 (não sig.)

Para um intervalo de confiança de 95% da média, com  $n = 30$ , o desvio absoluto médio fica compreendido entre 2,2 e 4,6 graus.

### CONCLUSÃO

Conforme estudos de Epstein (1973), são admitidos erros na faixa de 5 graus entre os diferentes métodos de medida angular de desvios da coluna vertebral. De acordo com esta referência, os resultados obtidos no trabalho encontram-se dentro da faixa considerada de aceitação (erro padrão = 4,2 graus).

A correlação entre os ângulos calculados e os conhecidos, demonstra um elevado grau de precisão na estimativa dos valores calculados. O teste t revelou diferença não significativa entre os valores conhecidos e calculados.

Mediante tais resultados, podemos concluir que o processo que define o método pode ser utilizado no cálculo dos ângulos correspondentes aos arcos indicados nas curvas, pois o mesmo responde dentro dos parâmetros aceitáveis de medidas. Com isto, podemos estendê-lo para o cálculo das angulações apresentadas pela coluna vertebral, seja a cifose, lordose ou desvios laterais.

As limitações de tal processo inserem-se, basicamente, nas condições iniciais das curvas obtidas pelo polinômio de quarto grau, espectro funcional da coluna vertebral, que necessitam ser curvas suaves, isto é, bem comportadas em um comprimento de arco de circunferência, como realmente são na grande maioria dos casos. Na hipótese de não aproximação, poderemos obter resultados

não reais. Nestes casos, teríamos angulações pertencentes ao intervalo de 90 a 180 graus, ao contrário do intervalo de 0 a 90 graus que é abordado pelo método matemático ora descrito, bem como onde as angulações referentes a desvios posturais estão inseridas.

#### REFERÊNCIAS

- D'ANGELO, M.D., GRIEVE, D.W., PEREIRA, L.F., WATKINSON, T. (1987), "A description of normal relaxed standing postures", *Clinical Biomechanics*, Volume 2, Pages 140-144.
- DAVIS, P.S., RABINOWITZ, P. (1967), *Numerical Integration*, Blaisdel Ed., Waltham.
- EPSTEIN, B.S. (1973), *Afecciones de la columna vertebral y da la medula espinal*, Ed. Jims, Barcelona.
- GRAHAM, R. and SAMPSON, R. (1973), "Moire Topography", *The British Journal of Photography*, Volume 120, Pages 864-867.
- GROSS, C., NEUWIRTH, M., GRAHAM, J., PUGH, J. (1982), "Three-Dimensional Lordosimeter a device for nonradiographic Assessment of spine", *Bulletin Orthopaedic*, Volume 52, Number 2, Pages 151-171.
- KASHIMOTO, T., Yamamuro, T., Hatakeyama, K. (1982), "Anatomical and biomechanical factors in the curve pattern formation of idiopathic scoliosis", *Acta Orthopaedics Scandinavica*, Volume 53, Pages 361-368.
- KRAUS, H. (1976), "Effect of lordosis on the stress in the lumbar spine", *Clinical Orthopaedics Related Research*, Number 117, Pages 56-58.
- LINDH, M. (1980), "The effect of sagittal curve changes on brace correction of idiopathic scoliosis", *Spine*, Volume 5, Number 1, Pages 26-36.
- PELKER, R. and GAGEL, J.R. (1982), "The correlation of idiopathic lumbar scoliosis and lumbar lordosis", *Clinical Orthopaedics Related Research*, Volume 163, Pages 199-201.
- WILLNER, S (1981), "Spinal Pantograph a non invasive technique for describing kyphosis and lordosis", *Acta Orthopaedics Scandinavica*, Volume 57, Pages 525-529.

MATHEMATICAL METHOD FOR QUANTIFYING SAGITAL AND LATERAL  
CURVES OF BACK SHAPES SUPERFICIALLY MEASURED

by

Liliam F. Oliveira\*, Rogério F. Emygdio\*,

Rosa C. Ferreira\*, Mario D. D'Angelo\*

**ABSTRACT**-- A mathematical method for analyzing back shapes measured from superficial points is presented. Five curves representing lateral and posterior views of back shapes diagrams were photographed. All the angles were known. The curves were analyzed by a program after being digitized into a PC computer. The mathematical procedure was Simpson Integration applied to the forth degree polynomial resulted from each curve, in order to calculate the length of the arches. The angles related to the arches were calculated. The comparison between the known angles and the ones calculated by the proposed method revealed a stand error of 4.2 degrees for the 30 curves analyzed. It was concluded that this mathematical procedure applied to curves obtained from photographs is suitable for quantifying back shape angles (lordosis, kyphosis, lateral deviations).

Key-Words: Posture, Photographic Method, Biomechanics

---

\* - Laboratório de Biomecânica, EEFD  
Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Cidade Universitária  
21910 - Rio de Janeiro, RJ  
Brasil